

# Académie d'Aix-Marseille

---

## CRPE Session 2020

---

### Concours externe et Troisième Concours public et privé

---

## RAPPORT DE JURY ACADÉMIQUE

Présidence : Christian PATOZ, IA-DASEN de Vaucluse

### Epreuve écrite d'admissibilité de mathématiques

L'épreuve écrite de mathématiques, d'une durée de 4 heures, est notée sur 40 points.

Elle vise à évaluer la maîtrise et le recul des candidats sur des notions utiles à l'enseignement des mathématiques à l'école maternelle et élémentaire. Elle est composée de trois parties :

- la première, notée sur 13 points, est un problème faisant appel à des connaissances de l'école et du collège. Elle permet particulièrement d'apprécier la capacité du candidat à rechercher, extraire et organiser l'information utile ;
- la deuxième, notée sur 13 points, est composée d'exercices indépendants qui complètent la première partie en termes de connaissances et compétences du candidat dans différents domaines des programmes de l'école ou du collège ;
- la troisième, notée sur 14 points, permet d'évaluer la capacité du candidat à maîtriser des notions présentes dans des situations d'enseignement et à analyser des productions d'élèves au niveau de l'école maternelle et élémentaire.

Notons de plus que :

- 5 points au maximum peuvent être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat ;
- une note globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.

### Éléments statistiques

Lors de la session 2020, 1 965 candidats sur 4 967 inscrits se sont présentés à l'épreuve écrite de mathématiques : 1 621 au titre du concours externe public, 154 au titre du concours externe privé et 190 au titre du troisième concours. Lors de cette session qui s'est déroulée dans des conditions sanitaires exceptionnelles, le nombre de candidats inscrits a sensiblement diminué. Cette baisse a été compensée par une augmentation du taux de présents qui a permis de maintenir un rapport du nombre de candidats présents par poste ouvert tout à fait satisfaisant. Sur l'ensemble des trois concours, il est proche de 4,5.

En ce qui concerne les résultats obtenus, les moyennes de cette session s'élèvent à 23,0/40 pour le concours externe public, 20,8/40 pour le concours externe privé et 20,1/40 pour le troisième concours. Ces résultats sont très satisfaisants au vu de la difficulté du sujet qui était comparable à celle du sujet de l'avant dernière session dont les moyennes des trois concours étaient inférieures d'environ 2 points à celles de cette année. On peut donc raisonnablement penser que les candidats ont mis à profit le temps dû au décalage des épreuves pour renforcer leur préparation en mathématiques.

Le nombre de notes éliminatoires est encore en baisse cette année avec un taux de 1,1 % pour le concours externe public, 1,3 % pour le concours externe privé et 3,7 % pour le troisième concours. Ce sont les taux les plus bas depuis que l'épreuve existe sous sa forme actuelle. L'écart type a également baissé, passant globalement pour les trois concours de 8,4 en 2019 à 7,6 en 2020. Cependant, l'épreuve reste discriminante puisque le jury s'est efforcé de mettre en place un barème permettant de départager les candidats de manière adaptée à la situation sanitaire qui a

conduit à la suppression des épreuves orales. L'échelle de notation a été utilisée dans sa quasi-totalité, l'étendue de la série des notes approchant les 37,5 points sur les 40 disponibles. Le sujet étant bien équilibré, les trois parties ont été discriminantes.

## **Analyse du sujet et des productions des candidats**

Comme les années précédentes, la qualité syntaxique et le soin apporté à la présentation des copies sont très satisfaisants, la grande majorité des candidats explicitant leurs démarches avec des phrases explicatives. Cependant, certaines rédactions manquent de clarté. Cela est souvent dû à une maîtrise trop approximative du vocabulaire mathématique. Le jury encourage donc les candidats à s'approprier davantage ce vocabulaire nécessaire pour l'enseignement de cette discipline.

Le sujet aborde un grand nombre de connaissances et capacités du programme dans des exercices dont les questions sont de natures variées : flash, intermédiaires ou à prise d'initiatives. De nombreux candidats se sont engagés dans des recherches et ont rendu compte de leurs démarches. Cela montre une maîtrise en hausse de la compétence « chercher » qui a été valorisée par le jury en plus des autres qualités mathématiques exprimées. En conséquence, l'absence d'engagement de la part de certains candidats a été pénalisante.

Le large éventail de thèmes abordés dans le sujet a permis de mettre en évidence des fragilités récurrentes dans la préparation des candidats comme analyser des procédures de calcul d'une quatrième proportionnelle en cohérence avec les programmes de l'école élémentaire, anticiper les difficultés potentielles des élèves face à une situation donnée ou proposer des remédiations visant un objectif d'apprentissage explicite. Les erreurs de conversions, notamment pour les durées, montrent une maîtrise parfois trop fragile des systèmes de numération pourtant indispensables pour un enseignement solide des mathématiques à l'école primaire. Le jury a veillé à établir un barème discriminant sur ces points. De plus, il encourage les futurs candidats à développer, tout au long de leur préparation, un regard critique fondé sur les ordres de grandeur. Cela leur permettra d'analyser leurs résultats et, le cas échéant, de se rendre compte du caractère trivialement erroné de réponses proposées dans des exercices contextualisés.

### **Partie 1**

*Moyenne : 8,3/13*

Il s'agit d'un problème en quatre parties dont les contextualisations sont en lien avec le développement durable. La première partie étudie l'installation de panneaux photovoltaïques sur le toit d'une maison, la seconde se penche sur des statistiques de production de différentes énergies renouvelables quand la troisième partie aborde une question de coût et la dernière l'installation d'un récupérateur d'eau.

Les principaux thèmes mathématiques abordés dans ce problème sont : notions de géométrie du plan et de l'espace, calcul algébrique, lecture graphique, pourcentages ainsi que grandeurs et mesures. Les différents types de questions de ce problème ont permis aux candidats de montrer leurs capacités à mobiliser des automatismes mathématiques dans des situations variées, nécessitant la mise en œuvre des six compétences mathématiques. C'est d'ailleurs dans cette première partie que la moyenne des notes obtenues a été la plus élevée.

Les lectures graphiques de la partie A ont été bien réalisées par une très large majorité des candidats. Ces questions n'ont donc pas été discriminantes cette année, montrant ainsi une bonne préparation des candidats sur cette notion. Ce n'est pas le cas de la question mettant en œuvre le théorème de Thalès. Certains candidats n'ont pas « vu » la configuration de Thalès et d'autres n'ont pas justifié le parallélisme des deux droites permettant son application. Cela est révélateur pour une partie des candidats de difficultés à extraire une sous-figure d'une figure complexe ou à mettre en œuvre de manière rigoureuse un raisonnement hypothético-déductif. Le jury conseille donc aux futurs candidats de travailler davantage les compétences « chercher » et « raisonner » à partir de situations géométriques. Les productions de la partie B montrent une maîtrise très satisfaisante de l'utilisation de pourcentages représentant des proportions par les candidats.

La partie C était une tâche à prise d'initiative. Peu de candidats l'ont traitée entièrement pour aboutir à un résultat correct. Cependant, le jury constate avec satisfaction la persistance de l'évolution favorable, années après années, de la capacité des candidats à s'engager dans une recherche. Ce point positif se retrouve dans le traitement des autres questions ouvertes de l'épreuve. De plus, que la démarche aboutisse ou non, les candidats en rendent compte au travers d'une rédaction qui permet au jury de repérer et de valoriser de réelles qualités mathématiques. Les marges de progrès des candidats résident, d'une part, dans leur capacité à bien prendre en compte toutes les informations utiles de l'énoncé et, d'autre part, à renforcer leur maîtrise technique des conversions d'unités. Ce dernier point est d'autant plus important pour de futurs professeurs des écoles que, outre leur intérêt pour

l'enseignement de la partie « grandeur et mesure » des programmes, il permet de renforcer la construction du système de numération décimale et de lui donner du sens.

La dernière partie du problème est la moins bien réussie. L'étude géométrique du volume d'une pyramide tronquée est classique. La question sur le calcul du coefficient de réduction a pourtant déstabilisé une grande partie des candidats. Elle est révélatrice de la difficulté rencontrée pour décomposer une tâche en sous-tâches relevant d'automatismes. La capacité à décrire des agrandissements ou des réductions à l'aide d'un coefficient multiplicateur est une mise en œuvre de la proportionnalité qu'il convient de maîtriser pour enseigner cette notion à l'école élémentaire. Le problème du puzzle de Brousseau est un exemple emblématique d'une situation d'agrandissement.

## Partie 2

*Moyenne : 7,1/13*

Les quatre exercices indépendants qui composent cette seconde partie permettent d'aborder de nombreuses notions (statistiques, arithmétique, puissances, théorème de Pythagore, algorithmique, probabilités, calcul algébrique...) ainsi que les six compétences mathématiques (chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner, communiquer).

- *Exercice 1* : il s'agissait d'interpréter des données statistiques pour répondre à des questions sur le fonctionnement des éoliennes d'un parc. Nécessaire, la connaissance des définitions des indicateurs statistiques n'était souvent pas suffisante pour répondre aux questions. Elle devait être combinée à une maîtrise satisfaisante des compétences « représenter » et « raisonner » pour croiser les informations à déduire de ces indicateurs. Cet exercice a permis de discriminer trois catégories de productions : celles dans lesquelles la connaissance des indicateurs est insuffisante (choix d'indicateur non adapté ou interprétation erronée de l'indicateur choisi), celles dans lesquelles le candidat n'a utilisé qu'un indicateur (de position ou de dispersion) quand les deux étaient nécessaires et celles où les indicateurs étaient bien choisis et bien interprétés, souvent valorisées de la totalité des points.

- *Exercice 2* : cet exercice est un « vrai-faux » comportant quatre affirmations.

Les trois premières traitent essentiellement de notions arithmétiques. Le jury a constaté une baisse significative de la fréquence d'apparition de la démarche erronée classique consistant à établir des résultats généraux à partir d'observations sur des cas particuliers. Quant à la difficulté de nombreux candidats à mettre en œuvre de manière conjointe les compétences « raisonner » et « calculer », cette dernière persiste. Les règles de calcul sur les puissances ainsi que les identités remarquables sont souvent mal connues ou mal maîtrisées. Cela donne un avantage significatif aux candidats qui les utilisent correctement. Le jury encourage donc les futurs candidats automatiser ces procédures de calcul au travers d'exercices réguliers.

Pour la seconde affirmation, la réponse «  $32^{12}$  est égal à  $16^{15}+3$  car la calculatrice donne le même résultat » a été fréquemment donnée. Elle montre que de nombreux candidats interprètent mal l'écriture scientifique d'un nombre donné par la calculatrice, confondant valeurs exactes et valeurs approchées.

Si la dernière affirmation a été globalement bien traitée, la confusion entre le théorème direct de Pythagore et sa réciproque subsiste.

- *Exercice 3* : cet exercice sur l'algorithmique est le mieux réussi de cette première partie. Le jury constate une meilleure formation des candidats sur cette thématique. Ils ont globalement bien su interpréter et modifier les blocs de programme présentés. L'erreur la plus fréquente est due, dans la quatrième question, à la confusion entre l'écart entre deux motifs de la frise et la longueur sur laquelle doit se déplacer le stylo entre la réalisation de deux motifs. La deuxième question abordait la notion de transformation géométrique. De nombreuses réponses indiquent « tourner » en lieu et place de « rotation », nom de la transformation géométrique attendu. Cela montre, pour les candidats concernés, une connaissance insuffisante de cette notion.

- *Exercice 4* : cet exercice fait intervenir les notions de probabilité et de calcul algébrique. Il a été doublement discriminant. D'une part, car de nombreux candidats, manifestement peu à l'aise avec les probabilités, ne l'ont pas ou peu abordé et, d'autre part, car le calcul algébrique reste une difficulté pour certains qui ne s'y engagent pas malgré la difficulté raisonnable de la question concernée. En ce qui concerne les réponses produites, elles sont souvent tout à fait satisfaisantes. Le jury a pu valoriser les compétences, « modéliser », « représenter » et « raisonner » bien mises en œuvre, malgré une rédaction qui aurait pu être plus rigoureuse. Pour les quelques productions qui n'ont pas abouti, la compétence « chercher » a pu être valorisée.

### Partie 3

Moyenne : 7,1/14

Cette dernière partie vise l'appréciation de la capacité du candidat à maîtriser les notions présentes dans les situations d'enseignement et à analyser des productions d'élèves. Elle porte cette année sur les cycles 2 et 3 de la scolarité obligatoire.

- *Situation 1* : cette situation aborde la résolution de problèmes à l'école élémentaire à partir des réponses de cinq élèves de CE1 à un problème à deux étapes. Deux démarches correctes sont présentes dans les productions : celle qui consiste à réaliser deux soustractions successives et celle qui consiste à calculer une somme pour ne réaliser qu'une seule soustraction.

L'analyse des compétences « modéliser » et « calculer » en termes de réussites et d'erreurs a été bien réalisée mais l'analyse des erreurs est souvent restreinte à « l'élève ne comprend pas le sens de l'énoncé », sans prendre en compte une construction incomplète, voire erronée, du sens des opérations chez certains élèves.

Les questions sur les activités de remédiation ont été très largement traitées. Si certains candidats proposent des réponses tout à fait pertinentes, celles-ci ne sont pas toujours en lien avec l'objectif visé de la remédiation : réussir ce type de problème pour la question 2 et comprendre son erreur à la question 3. De plus, beaucoup de candidats proposent des réponses dans lesquelles la remédiation se limite à un rappel de la règle utilisée ou une justification de la technique par l'enseignant, aucune activité n'étant effectivement déléguée à l'élève.

- *Situation 2* : cette situation, qui fait intervenir des notions de géométrie et de nombres non entiers, est celle de la partie 3 qui a été la moins bien traitée par les candidats. Elle repose sur un énoncé ouvert mettant principalement en jeu les notions d'aire et de périmètre. Cela a été bien compris par la très grande majorité des candidats.

Dans la deuxième question, il était demandé de proposer quatre couples de réponses possibles. Le jury a été surpris par la proportion non négligeable de candidats qui n'ont pas été en mesure de proposer des réponses dont l'une des longueurs était représentée par un nombre décimal. Cela est préoccupant pour des personnes souhaitant enseigner les mathématiques à l'école élémentaire car ils rencontrent ici une difficulté sur laquelle ils devraient être en mesure d'accompagner les élèves.

La question de géométrie mettant en scène la classique erreur de disjonction de la famille des carrés et de celle des rectangles a révélé la difficulté des candidats à se référer aux propriétés de ces quadrilatères pour accompagner les élèves. De plus, comme dans la partie précédente, la remédiation est conduite par l'enseignant, déléguant une part trop restreinte de l'activité mathématique à l'élève.

En ce qui concerne l'analyse de la production d'élève, cette partie révèle un certain nombre de fragilités. Beaucoup de candidats n'ont pas réussi à proposer, à partir du calcul exposé, une démarche potentiellement mise en œuvre par l'élève. Parmi les démarches proposées, certaines rédactions sont très approximatives. Elles mettent en évidence la difficulté de certains candidats à donner du sens au lexique de la division (dividende, diviseur et quotient), mais également des confusions entre division décimale et division euclidienne. Le jury conseille aux futurs candidats de conduire une réflexion approfondie sur ces notions mathématiques essentielles pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

- *Situation 3* : cette situation porte sur la notion de proportionnalité au cycle 3.

Contrairement à la dernière session, la notion a bien été identifiée par la très grande majorité des candidats.

Le choix de la variable didactique « nombres de crêpes » n'est pas bien analysé. Si les candidats ont bien repéré que ces nombres étaient dans la table de 5, peu de productions ont décrit l'intérêt de ce choix en termes de faits numériques connus permettant de combiner les propriétés de linéarité additive et multiplicative pour calculer les quatrièmes proportionnelles demandées.

En ce qui concerne les procédures de résolution, les propositions des candidats sont souvent justes et adaptées. En revanche le jury a systématiquement sanctionné les productions contenant le produit en croix. En effet, cette technique n'est pas au programme de l'école élémentaire. Cela est dû au fait qu'elle n'est pas porteuse de sens pour la construction de la notion de proportionnalité. Pire, elle représente une stratégie contreproductive qui évite la réflexion sur le modèle sous-jacent à cette notion. Dans une moindre mesure, cela a également été le cas pour les confusions entre coefficient de proportionnalité et facteur de linéarité multiplicative.

---